Medição de Potência

Potência em C.C.

U = cte. , I = cte. $\longrightarrow$ P = U.I [W]

Potência em C.A.

p(t) = u(t) . i(t) [W] Potência instantânea

•Num circuito resistivo puro i(t) = u(t) / R $\longrightarrow$ i(t) em fase com u(t)

$$p(t) = u(t)\cdot i(t) = \frac{u^2(t)}{R} = Ri^2(t)$$

•Num circuito reactivo

$$Z = R + j\omega X$$

R $\downarrow$ Elementos resistivos ou dissipadores de energia $\downarrow$ Potência dissipada (efectivamente consumida)

$j\omega X$ $\longrightarrow$ Elementos reactivos ou armazenadores de energia $\downarrow$ Potência reactiva (trocada com a fonte)

Electrónica de Instrumentação

$p(t) = u(t) \cdot i(t)\ [W]$ → Potência instânea

$P = [p(t)]_{AV}\ [W]$ → Potência activa – (potência efectivamente consumida pela carga)

$S = U_{ef} I_{ef}\ [VA]$ → Potência aparente – (potência posta em jogo no circuito)

$Q = \sqrt{S^2 - P^2}\ [VAr]$ → Potência reactiva – (potência trocada entre o gerador e os elementos armazenadores de energia - recativos)

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

$K_P = \frac{P}{S}$ → Factor de potência

Para carga resistiva pura e u(t) periodica:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)dt = \frac{1}{RT}\int_0^T u^2(t)dt = \frac{U_{ef}^2}{R} = U_{ef} I_{ef} = S$$

$Q = 0 \qquad K_P = 1$

Electrónica de Instrumentação

Em regime alternado sinusoidal com frequência $f = \omega/(2\pi)$

$$u(t) = U_M \sin(\omega t + \varphi) \quad , \quad i(t) = I_M \sin(\omega t)$$

$$p(t) = u(t)i(t) = U_M I_M \sin(\omega t)\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\sin A \sin B = \frac{\cos(A-B) - \cos(A+B)}{2}$$

$$p(t) = \frac{U_M I_M}{2}[\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$$p(t) = \underbrace{U_{ef} I_{ef} \cos\varphi}_{} - \underbrace{U_{ef} I_{ef} \cos(2\omega t + \varphi)}_{}$$

Termo constante egual ao valor médio de p(t)

Termo variavel no tempo, com frequência 2f e valor médio nulo

Electrónica de Instrumentação

$$P = U_{ef}\, I_{ef} \cos\varphi \longrightarrow$$ Potência activa em regime alternado sinusoidal

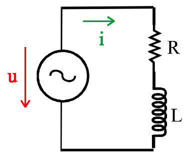
$$K_P = \cos\varphi \longrightarrow$$ Factor de potência em regime alternado sinusoidal

$$P = S\cos\varphi$$

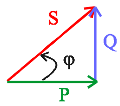
$$S = U_{ef}\, I_{ef}$$

$$Q = S\sin\varphi$$

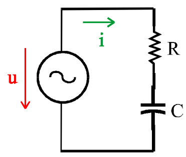
Obs. – A amplitude do termo variavel de p(t) é sempre maior ou igual ao termo constante. Há intervalos de tempo em que a potência é negativa: potência devolvida ao gerador.



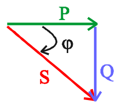
Carga Indutiva
$Q > 0 \quad \varphi > 0^o$
ex: Cos φ =0.8i



Circuito RL



Carga Capacitiva
$Q < 0 \quad \varphi < 0^o$
ex: Cos φ =0.8c



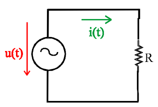
Circuito RC

[Fernandes 1999]

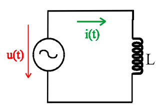
Electrónica de Instrumentação

Casos particulares:

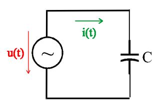
- Carga resistiva pura: $\varphi = 0 \rightarrow \cos\varphi = 1$, P = S , Q = 0
- Carga indutiva pura: $\varphi = 90^o \rightarrow \cos\varphi = 0$, P = 0 , Q = S
- Carga capacitiva pura: $\varphi = -90^o \rightarrow \cos\varphi = 0$, P = 0 , Q = -S



$$\varphi = 0^o \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 1 \Rightarrow P = S.\cos\varphi = S = \dfrac{U_{ef}^2}{R} \\ \text{sen}\varphi = 0 \Rightarrow Q = S.\text{sen}\varphi = 0 \end{cases}$$



$$\varphi = 90^o \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \Rightarrow P = S.\cos\varphi = 0 \\ \text{sen}\varphi = 1 \Rightarrow Q = S.\text{sen}\varphi = S = \dfrac{U_{ef}^2}{X_L} \end{cases}$$



$$\varphi = 90^o \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \Rightarrow P = S.\cos\varphi = 0 \\ \text{sen}\varphi = 1 \Rightarrow Q = S.\text{sen}\varphi = S = \dfrac{U_{ef}^2}{X_L} \end{cases}$$

[Fernandes 1999]

Electrónica de Instrumentação

Compensação do factor de potência:

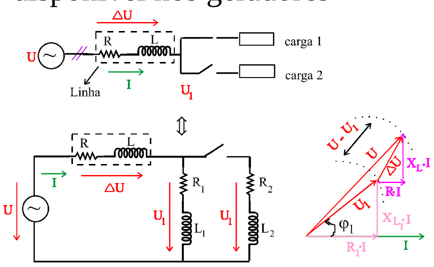
Cargas fortemente reactivas (baixo factor de potência) → Baixo consumo de energia com elevada corrente

↓

Perdas elevadas, quedas de tensão na rede

↓

Obriga a sobredimensionamento dos condutores e da potência disponivel nos geradores

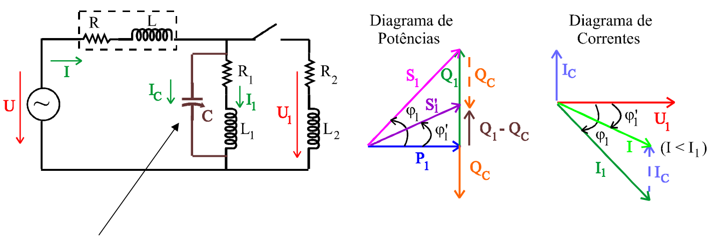


Para instalações de potência elevada o factor de potência deve ser > 0.85

Normalmanete as grandes instalações são caracterizadas por cargas indutivas: motores electricos e iluminação (balastros)

Electrónica de Instrumentação

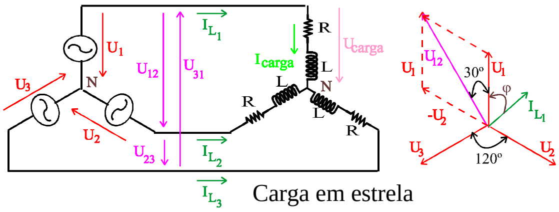
Para compensar o caracter indutivo das cargas juntam-se baterias de condensadores



Os condensadores são colocados em paralelo com a rede tentanto criar uma componente capacitiva que anule a componente indutiva da corrente da carga. As trocas de energia reactiva passam a dar-se entre as indutâncias da carga e os condensadores.

Nas horas de vazio, os condensadores também devem ser retirados para evitar sobrecompensação → facor de potência capacitivo.

Potência Eléctrica Trifásica:



Carga em estrela

$$U_1(t)=\sqrt{2}U_{1ef}\sin\omega t$$
$$U_2(t)=\sqrt{2}U_{2ef}\sin(\omega t-2\pi/3)$$
$$U_3(t)=\sqrt{2}U_{3ef}\sin(\omega t-4\pi/3)$$
$$U_{12}=\sqrt{3}.U_1 \quad ou \quad U_C=\sqrt{3}.U_S$$

composta simples

A potência em cada fase será:

$$p_i(t)=U_i(t)I_i(t) \quad \text{com} \quad I_i(t)=\frac{U_i(t)}{Z_i}$$

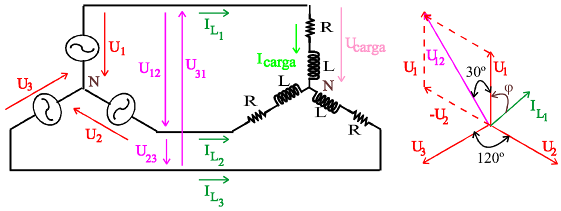
$$p_t(t)=p_1(t)+p_2(t)+p_3(t)$$

Em que Zi é a impedância de carga nessa fase.

Para cargas não equilibradas (impedâncias diferentes em casa fase), as potências devem ser calculadas separadamente e a potência total será a soma das potências das 3 fases.

$$P_t=P_1+P_2+P_3$$
$$Q_t=Q_1+Q_2+Q_3$$
$$S_t=\sqrt{P_t^2+Q_t^2}\neq S_1+S_2+S_3$$

Carga equilibrada ligada em estrela:



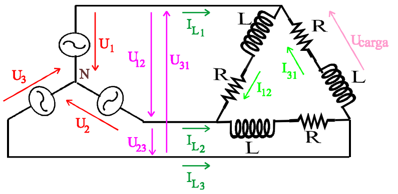
$$U_{12}=\sqrt{3}.U_1 \quad ou \quad U_C=\sqrt{3}.U_S$$

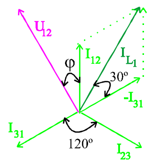
Tensão composta Tensão simples

$$I_{L1}=I_{L2}=I_{L3}$$

$$P_Y=P_1+P_2+P_3=3U_SI_L\cos\varphi=\sqrt{3}U_CI_L\cos\varphi$$
$$Q_Y=3U_SI_L\sin\varphi=\sqrt{3}U_CI_L\sin\varphi$$
$$S_Y=\sqrt{3}U_CI_L$$

Carga equilibrada ligada em triângulo:





$U_C = \sqrt{3}.U_S$

Tensão composta   Tensão simples

$$I_{L1} = I_{L2} = I_{L3} = I = \sqrt{3} I_{carga}$$

$$P_\Delta = 3P_{carga} = 3U_{carga} I_{carga} \cos\varphi$$

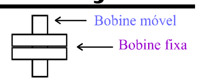
$$P_\Delta = 3U_C I_{carga} \cos\varphi = 3U_C \frac{I}{\sqrt{3}} \cos\varphi$$

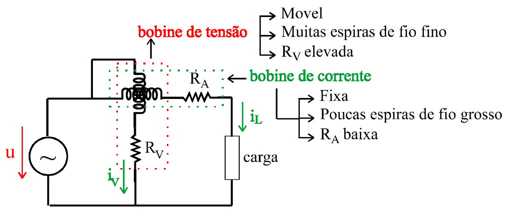
$$Q_\Delta = \sqrt{3} U_C I \sin\varphi$$

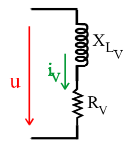
$$S_\Delta = \sqrt{3} U_C I$$

Electrónica de Instrumentação

Wattímetro electrodinâmico







Circuito de tensão

$$\alpha = K_1 \{i_L i_V\}_{AV} \approx K_1 \left\{ i_L \frac{u}{R_V} \right\}_{AV} = \frac{K_1}{R_V} \{i_L u\}_{AV} = K_W \{i_L u\}_{AV}$$

$$R_V >> X_{L_V} \Rightarrow i_V = \frac{u}{\sqrt{R_V^2 + X_L^2}} \cong \frac{u}{R_V}$$

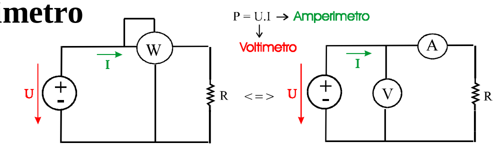
$$P = \{Iu\}_{AV} \rightarrow \alpha = K_W P$$

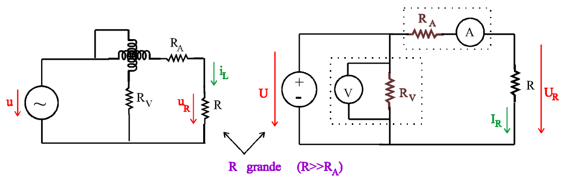
Potência activa

O Wattimetro electrodinâmico indica o verdadeiro valor da potência activa, independentemente da forma de onda (valido também em c.c.)

Electrónica de Instrumentação

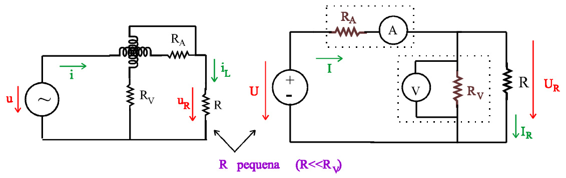
Metodo de ligação do Wattimetro





Montagem para altas impedâncias

$$\alpha = K_W (i_L u)_{AV}$$
$$= K_W [i_L (u_A + u_L)]_{AV}$$
$$se\ u_A << u_L \Rightarrow \alpha = K_W P_L$$

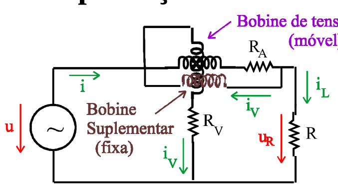


Montagem para baixas impedâncias

$$\alpha = K_W (i_L u)_{AV}$$
$$= K_W [u_L (i_V + i_L)]_{AV}$$
$$se\ i_V << i_L \Rightarrow \alpha = K_W P_L$$

Electrónica de Instrumentação

Compensação do Wattimetro



$$P = \{u_L [(i_V + i_L) - i_V]\}_{AV} = (u_L i_L)_{AV}$$

O enrolamento auxiliar é construido por forma a que o efeito da passagem de i_V anule (compense) o efeito correspondente na bobine de corrente.

Calibres do wattímetro:

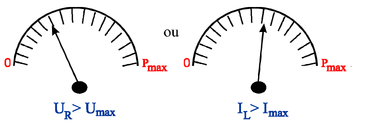
3 calibres:

- Umax → limitado pelo circuito de tensão
- Imax → limitado pelo circuito de corrente
- Pmax = Umax Imax

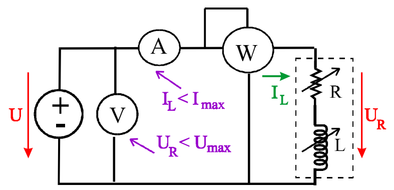
PERIGO: Para cargas cujo factor de potência seja inferior a 1 (não resistivas puras) podemos exceder Umax ou Imax sem que isso se traduza numa indicação do ponteiro que exceda Pmax, uma vez que P = Kp Uef Ief.

Electrónica de Instrumentação

Forma de proteger o wattímetro:



excede-se o calibre U_{max} ou I_{max} sem exceder P_{max} quando $\cos\varphi_R < 1$ **(carga indutiva)**

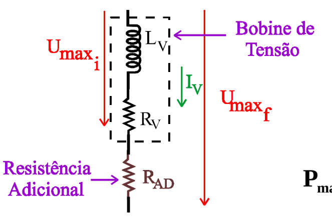


Utilizar amperimetro e voltimetro para verificar máximos de corrente e tensão

PERIGO: Podemos exceder Umax ou Imax sem exceder Pmax se I < Imax ou U < Umax, respectivamente, mesmo que Kp = 1.

Electrónica de Instrumentação

Extensão do campo de medida do wattímetro:

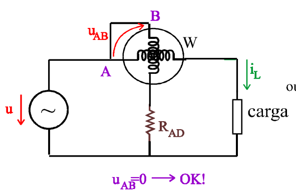


Resistência adicional R_{AD} no circuito de tensão

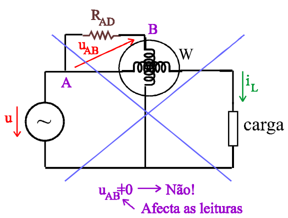
$$U_{max_{FINAL}} = \left(\frac{R_V + R_{AD}}{R_V}\right) . U_{max_{INICIAL}}$$

$$P_{max_{FINAL}} = K_V . P_{max_{INICIAL}} \Rightarrow K_V = \frac{R_V + R_{AD}}{R_V} = 1 + \frac{R_{AD}}{R_V}$$

Potencia medida: P $\Rightarrow$ Potencia real: $P_R = K_V . P$



ou

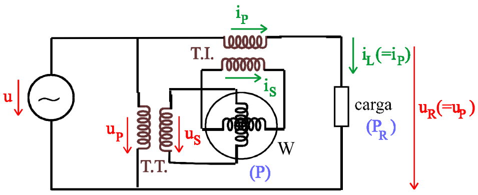


Necessidade de garantir a equipotencialidade das bobines de tensão e de corrente para evitar erros na indicação do ponteiro devido a forças de origem electroestática.

Electrónica de Instrumentação

Transformadores de medida:

- Transformador de tensão (TT) – para ampliar o calibre de tensão
- Transformador de intensidade (TI) – para ampliar o calibre de corrente



T.T → Transformador de tensão
T.I → Transformador de intensidade

$$P_R = \{u_R.i_L\}_{AV} = \{u_P.i_P\}_{AV} = \{(K_V.u_S).(K_I.i_S)\}_{AV} = K_V.K_I.\underbrace{\{u_S.i_S\}_{AV}}_{P_{medida}}$$

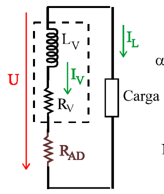
$$P_{Real} = K_V.K_I.P_{Medida} \quad c/ \begin{cases} K_V = \dfrac{u_P}{u_S} \rightarrow \text{Factor de ampliaçao do T.T.} \\ K_I = \dfrac{i_P}{i_S} \rightarrow \text{Factor de ampliaçao do T.I.} \end{cases}$$

Electrónica de Instrumentação

Erros no wattímetro:

$$P_{Real} = U_{ef}.I_{ef}.\cos\varphi$$

$$\varphi' < \varphi \Rightarrow \cos\varphi' > \cos\varphi \Rightarrow P_{Medida} = U_{ef}.I_{ef}.\cos\varphi' > P_{Real}$$

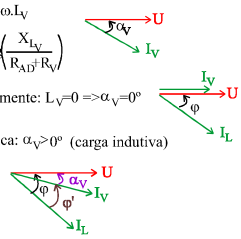


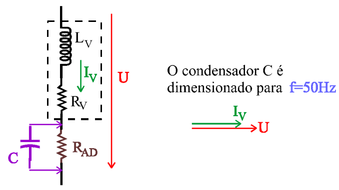
$X_{L_V} = \omega.L_V$

$\alpha_V = \text{arctg}\left(\dfrac{X_{L_V}}{R_{AD}+R_V}\right)$

Idealmente: $L_V=0 \Rightarrow \alpha_V=0^o$

Na prática: $\alpha_V>0^o$ (carga indutiva)

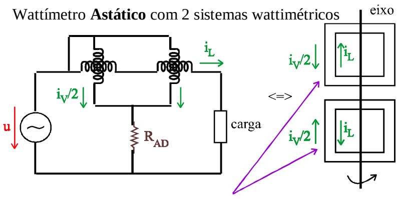




O condensador C é dimensionado para f=50Hz

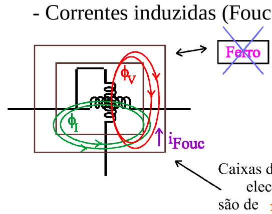
- Campos exteriores parasitas

Wattímetro **Astático** com 2 sistemas wattimétricos



- Binários motores dos 2 sistemas somam-se
- Efeito dos campos exteriores sobre os 2 sistemas motores subtraiem-se

- Correntes induzidas (Foucault) **iFOUC**



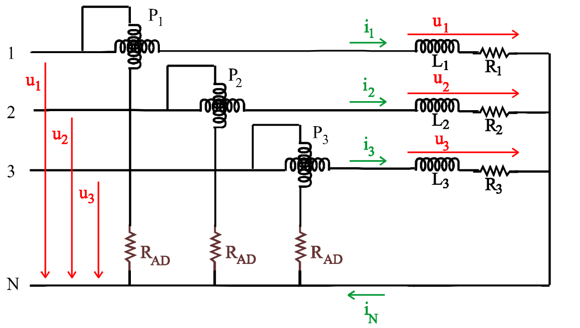
Evitar aproximar peças metálicas

Caixas dos wattímetros electrodinâmicos são de madeira para evitar i_{Fouc}

Electrónica de Instrumentação

Medição de potência activa trifásica

Sistema a 4 fios (ligação em estrela c/ neutro)



A existirem, as R_{AD} são dimensionadas para $U_S = U_1 = U_2 = U_3$ (220V)

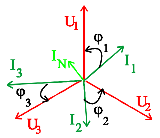
Carga equilibrada

$$\begin{cases} I_{1_{ef}} = I_{2_{ef}} = I_{3_{ef}} = I_1 \\ \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi \end{cases}$$

Carga desequilibrada

$$\begin{cases} I_{1_{ef}} \neq I_{2_{ef}} \neq I_{3_{ef}} \Rightarrow i_1 + i_2 + i_3 = i_N \\ \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3 \end{cases}$$

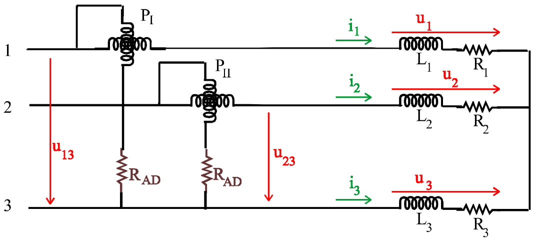
$$P_{3\phi} = \begin{cases} \sqrt{3}.U_C.I_1.\cos\varphi \rightarrow \text{carga equilibrada} \\ P_1 + P_2 + P_3 \rightarrow \text{Carga desequilibrada} \end{cases}$$

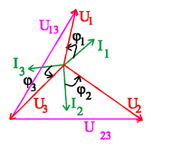


Electrónica de Instrumentação

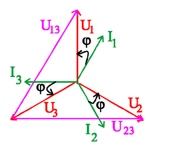
Medição de potência activa trifásica

Sistema a 3 fios sem neutro (carga em estrela ou triângulo)





Carga desequilibrada: $U_1 \neq U_2 \neq U_3$



Carga equilibrada: $U_1 = U_2 = U_3$

Se for caso disso, as R_{AD} são dimensionadas para $U_C = U_{13} = U_{23}$ (=380V)

$$\begin{cases} P_T = P_1 + P_2 + P_3 = (U_1 I_1)_{AV} + (U_2 I_2)_{AV} + (U_3 I_3)_{AV} \\ I_1 + I_2 + I_3 = 0 \end{cases}$$

Método de Aron

(2 wattímetros)

$$P_T = (U_1 I_1)_{AV} + (U_2 I_2)_{AV} - [U_3 (I_1 + I_2)]_{AV}$$
$$P_T = [(U_1 - U_3) I_1]_{AV} + [(U_2 - U_3) I_2]_{AV}$$
$$P_T = (U_{13} I_1)_{AV} + (U_{23} I_2)_{AV} = P_I + P_{II}$$

Resultado independente de a carga estar ligada em estrela ou em triângulo e do equilibrio (ou não) do sistema trifasico. PI e PII são potências fictícias sem qualquer significado fisico (pode-se ter PI<0 ou PII<0)

