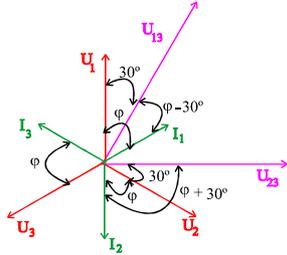
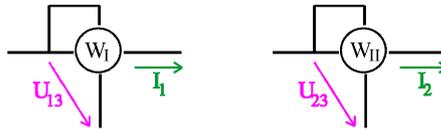


Carga trifásica equilibrada (Método de Aron)



$$\begin{cases} I_1 = I_2 = I_3 = I_1 \text{ (carga em Y)} = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \text{ (carga em } \Delta) \\ \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi \\ U_{13} = U_{23} = U_C \text{ (380V)} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P_I &= (U_{13} I_1)_{AV} = U_C I_1 \cos(\varphi - 30^\circ) = U_C I_1 \cos(\varphi - 30^\circ) \\ P_{II} &= (U_{23} I_2)_{AV} = U_C I_1 \cos(\varphi + 30^\circ) = U_C I_1 \cos(\varphi + 30^\circ) \\ P_I + P_{II} &= U_C I_1 [\cos(\varphi - 30^\circ) + \cos(\varphi + 30^\circ)] \\ P_I + P_{II} &= \sqrt{3} U_C I_1 \cos(\varphi) = P_T \end{aligned}$$



$$P_I = U_C I_1 \cos(\varphi - 30^\circ) \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0^\circ \Rightarrow P_I = U_C I_1 \cos 30^\circ = \sqrt{3} \frac{U_C I_1}{2} \\ \varphi = -60^\circ \Rightarrow P_I = 0 \\ \varphi = 30^\circ \Rightarrow P_I = U_C I_1 \end{cases}$$

Carga indutiva

$$\begin{cases} \varphi > 60^\circ \\ \cos \varphi < 0.5 \end{cases} \Rightarrow P_{II} < 0$$

$$P_{II} = U_C I_1 \cos(\varphi + 30^\circ) \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0^\circ \Rightarrow P_{II} = U_C I_1 \cos 30^\circ = \sqrt{3} \frac{U_C I_1}{2} = P_I \\ \varphi = 60^\circ \Rightarrow P_{II} = 0 \\ \varphi = -30^\circ \Rightarrow P_{II} = U_C I_1 \end{cases}$$

Carga capacitiva

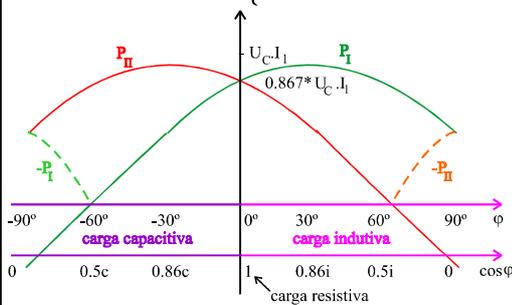
$$\begin{cases} \varphi < -60^\circ \\ \cos \varphi < 0.5 \end{cases} \Rightarrow P_I < 0$$

• P_I, P_{II} , dependendo de φ

• Para $\varphi > 60^\circ$ (indutivo) $\rightarrow P_{II} < 0 \rightarrow$ necessário inverter 1 dos circuitos do wattímetro e $P_T = P_I - P_{II}$

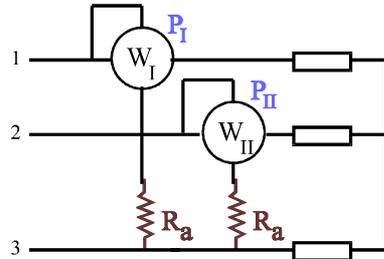
• Para $\varphi < -60^\circ$ (capacitivo) $\rightarrow P_I < 0 \rightarrow$ necessário inverter 1 dos circuitos do wattímetro e $P_T = P_{II} - P_I$

• Wattímetro polizásico: Tem 2 sistemas electrodinâmicos sobre o mesmo eixo. Indica sempre P_T (não é necessário inverter).



Medição de potência reactiva trifásica

Cargas trifasicas equilibradas (Metodo de Aron)



$$P_I - P_{II} = U_c I_1 [\cos(30^\circ - \varphi) - \cos(30^\circ + \varphi)]$$

$$P_I - P_{II} = U_c I_1 [2 \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ] = U_c I_1 \sin \varphi$$

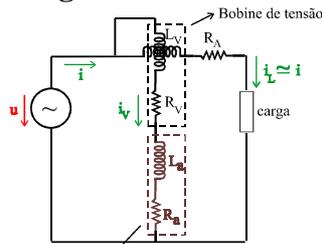
$$Q_T = \sqrt{3} U_c I_1 \sin \varphi = \sqrt{3} (P_I - P_{II})$$

• Para $\varphi > 60^\circ \rightarrow$ Troca de ligações no wattmetro II $Q_T = \sqrt{3} (P_I + P_{II})$

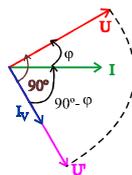
• Para $\varphi < -60^\circ$ Troca de ligações no wattmetro I $Q_T = -\sqrt{3} (P_I + P_{II})$

• Se a carga for desequilibrada será necessário utilizar instrumentos próprios para a medição de potência reactiva, Varímetros.

Cargas monofasicas \rightarrow Varímetro electrodinâmico



Bobine adicional (em vez de R_{AD} nos watt.(s))



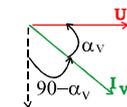
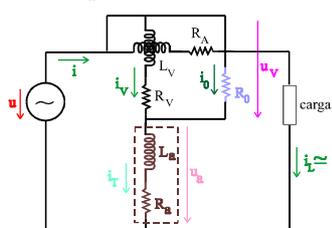
$$Q = U_{ef} I_{ef} \sin \varphi$$

$$Q = U_{ef} I_{ef} \cos(90^\circ - \varphi)$$

$$\begin{cases} i = I_M \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \\ u = U_M \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi) \end{cases}$$

$$u' = U_M \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi - 90^\circ) \Rightarrow Q = (u' \cdot i)_{AV}$$

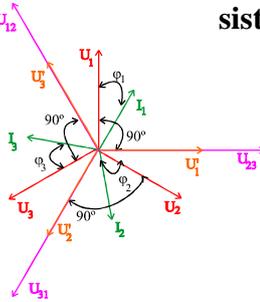
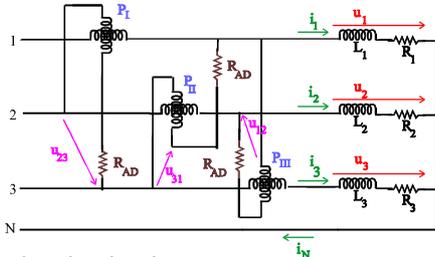
Compensação de R_v e R_a



A resistência R_0 e a bobine (R_0, L_0) são dimensionadas para $f=50\text{Hz}$. Caso $f \neq 50\text{Hz}$ já não se garante que $\alpha_v=90^\circ$.

O uso de R_0 e (R_0, L_0) torna o varímetro electrodinâmico num aparelho **mais caro** que o wattímetro, para iguais calibres de corrente e tensão.

Cargas trifasicas desequilibradas - Metodo dos 3 wattímetros sistema a 4 fios



$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 = (U_{23} / \sqrt{3}) I_1 \cos(90^\circ - \varphi_1) = P_I / \sqrt{3}$$

$$Q_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2 = (U_{31} / \sqrt{3}) I_2 \cos(90^\circ - \varphi_2) = P_{II} / \sqrt{3}$$

$$Q_3 = U_3 I_3 \sin \varphi_3 = (U_{12} / \sqrt{3}) I_3 \cos(90^\circ - \varphi_3) = P_{III} / \sqrt{3}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{P_I + P_{II} + P_{III}}{\sqrt{3}}$$

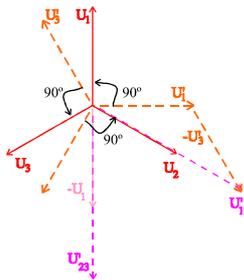
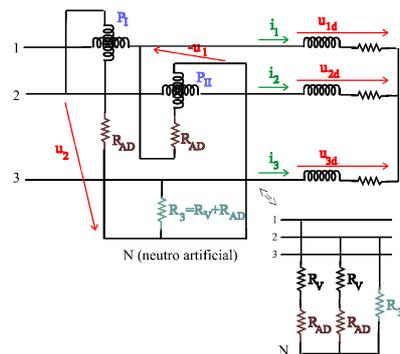
$$Q_{3\phi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (P_I + P_{II} + P_{III}) \rightarrow \text{Supondo } P_I > 0, P_{II} > 0 \text{ e } P_{III} > 0$$

(cargas 1, 2 e 3 indutivas)

Sistema a 3 fios
 { carga equilibrada → metodo Aron (2W)
 { carga desequilibrada → metodo do neutro ficticio (2W)

Sistema a 4 fios → carga equilibrada / desequilibrada → metodo dos 3W

Cargas trifasicas desequilibradas - Metodo do neutro ficticio (2 wattímetros) – sistema a 3 fios



$$Q_{3\phi} = (u_1' i_1)_{AV} + (u_2' i_2)_{AV} - [u_3' (i_1 + i_2)]_{AV}$$

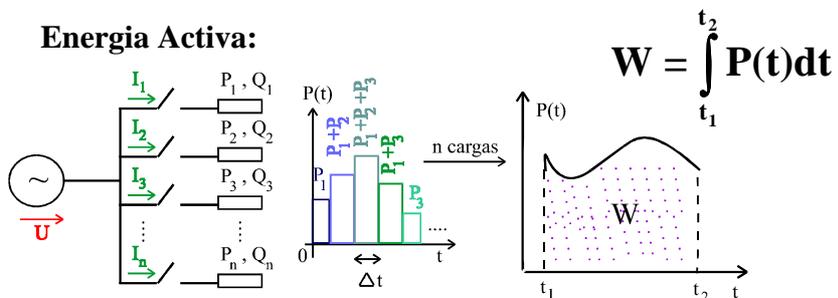
$$Q_{3\phi} = [(u_1' - u_3') i_1]_{AV} + [(u_2' - u_3') i_2]_{AV}$$

$$Q_T = \sqrt{3} (P_I + P_{II})$$

Criação de um neutro artificial N, com $R_3 = R_{AD} + R_V$, para que o sistema trifasico de tensões se mantenha equilibrado em relação ao ponto N

Contagem de Energia:

Energia Activa:

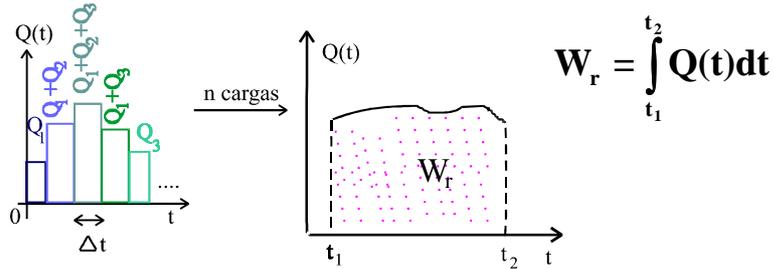


Unidade de W : Joule (J)

$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \times 1 \text{ s} = 1 \text{ Ws}$ (energia: $W=P.t$)

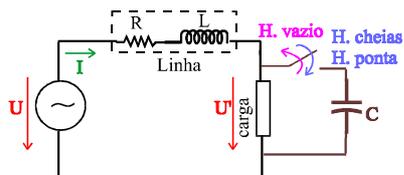
$1 \text{ KWh} = 1 \text{ KW} \times 1 \text{ h} = 1000 \text{ W} \times 3600 \text{ s} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$

Energia Reactiva:



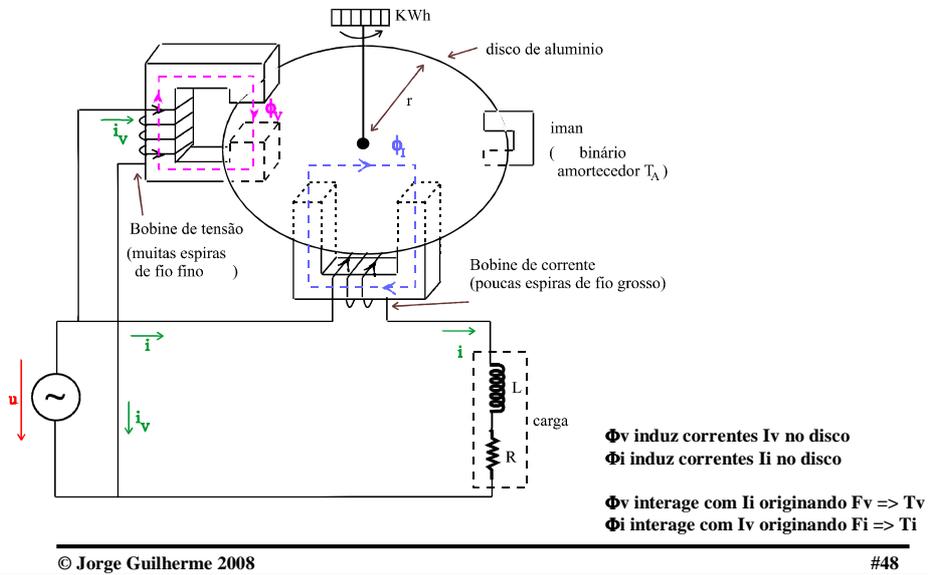
Unidade de W_r usada na contagem: KVArh

$1 \text{ KVArh} = 1 \text{ KVA} \times 1 \text{ h}$

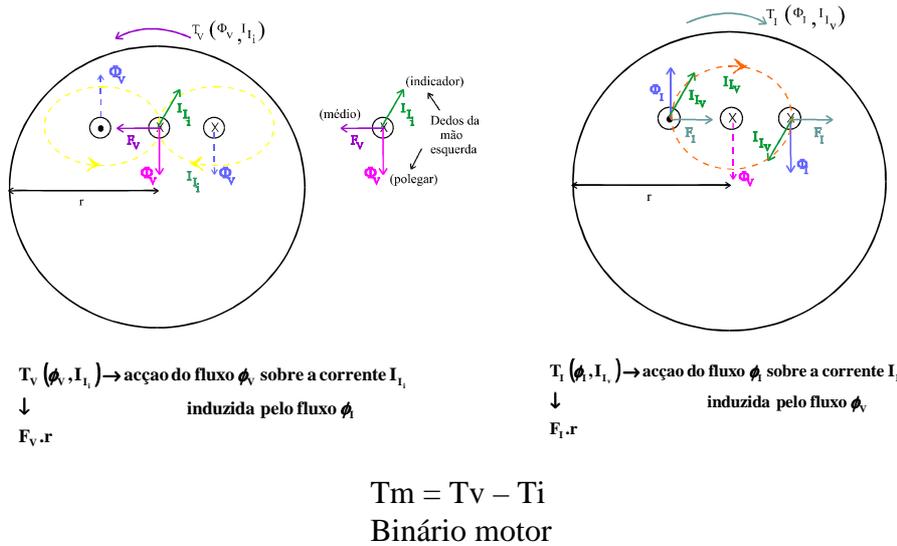


Compensação da energia reactiva

Contador de Indução:



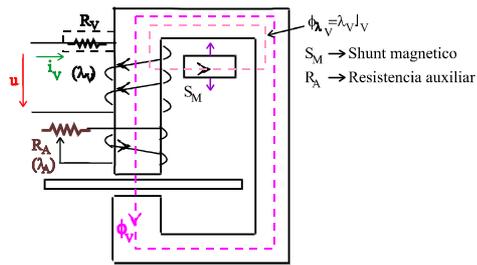
Binários motores:



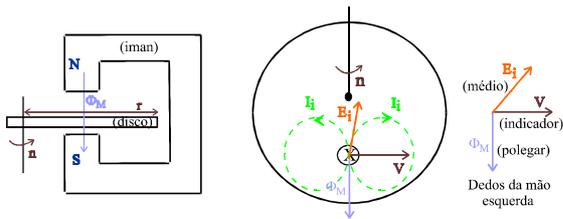
$\beta = \arg(\phi_I) - \arg(\phi_V) \rightarrow$ desfasagem entre os fluxos ϕ_I e ϕ_V

$$T_M = K \phi_V \phi_I \sin \beta = K_M U_{ef} I_{ef} \sin \beta$$

$$\begin{cases} \beta = \varphi \rightarrow T_M = K_M U_{ef} I_{ef} \sin \varphi = K_M Q \\ \beta = 90^\circ - \varphi \rightarrow T_M = K_M U_{ef} I_{ef} \cos \varphi = K_M P \end{cases}$$



A posição do shunt magnético S_M e o valor da resistência auxiliar R_A permitem controlar o ângulo β através da actuação na dispersão do circuito magnético de tensão



Íman permanente \rightarrow binário amortecedor $T_A \rightarrow$ cria a condição da velocidade de equilíbrio

$$T_A = K_A n \quad T_M = K_M P$$

n - velocidade de rotação do disco

No equilíbrio dinâmico: $dn/dt = 0 \quad T_M = T_A \Rightarrow n = \frac{K_M P}{K_A}$

$$N = N(t_2) - N(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} n(t) dt = \frac{K_M}{K_A} W \quad \text{Um conta rotações integra } n \text{ ao longo do tempo:}$$

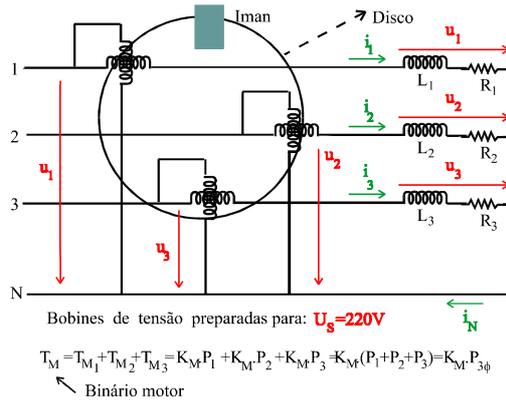
$$N = a W \quad a - \text{constante do contador [rot/KWh]}$$

Contagem de Energia em Sistemas Trifásicos

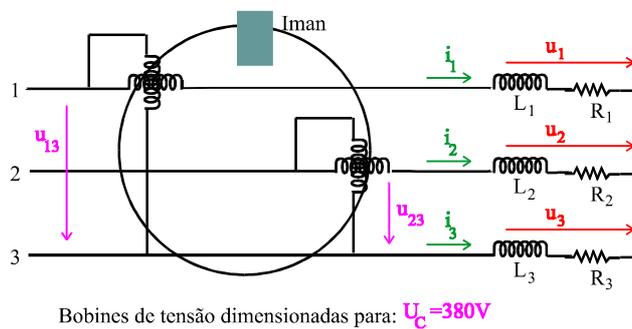
Contador trifásico: 2 ou 3 sistemas motores (sobre o mesmo disco ou sobre discos individuais solidários com o mesmo eixo)

Ligação do contador trifásico: idêntica à dos wattímetros na medição de potência activa

Sistema trifásico a 4 fios (cargas equilibradas ou desequilibradas): 3 sistemas motores



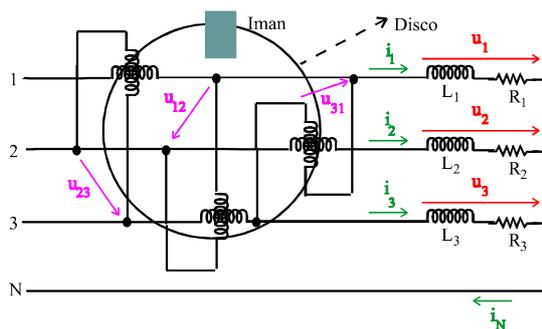
Sistema trifásico a 3 fios (cargas equilibradas ou desequilibradas): 2 sistemas motores – método de Aron



Contagem de Energia Reactiva

Utilização de **contadores trifasicos de energia reactiva**: montagens idênticas às da contagem de energia activa

Utilização de **contadores trifasicos de energia activa**: montagem idêntica à utilizada na medição de potência reactiva com wattímetros



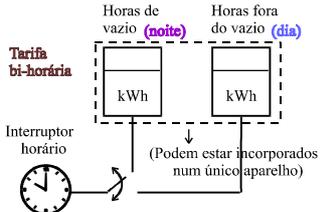
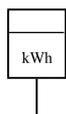
$$W_R = W' / \sqrt{3}$$

Medida pelo contador

Bobinas de tensão preparadas para: $U_C = 380V$

Consumidores em B.T. com $S < 19,8 \text{ kVA}$

Tarifa simples



Tarifa simples (1 contador)

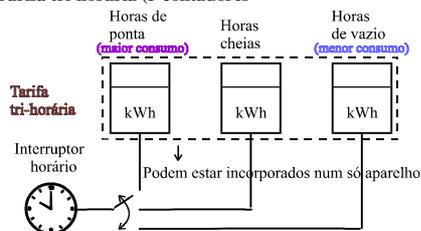
Tarifa bi - horaria (2 contadores)

Consumidores com $S > 39,6 \text{ kVA}$

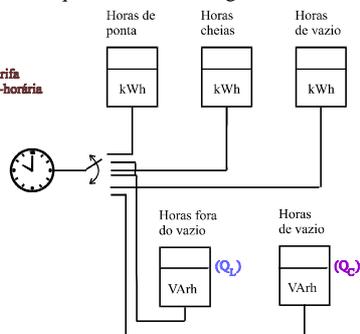
Esquema total de energia activa e reactiva

Consumidores em B.T. com $19,8 < S < 39,6 \text{ kVA}$

Tarifa tri-horária (3 contadores)



Tarifa tri-horária



Instrumentação Electronica

Sensibilidade de voltímetros

$$\text{Sensibilidade} = \frac{\text{Resistência interna}}{\text{Escala de tensão}} \quad \text{Ex:} \quad 10k\Omega/V = \frac{500k\Omega}{50V}$$

Medidas logarítmicas

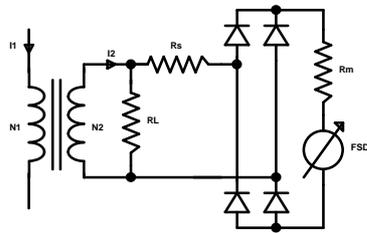
$$0 \text{ dBm} \longrightarrow 1\text{mW}$$

$$dBm = 10 \cdot \log(P_{mW}) \quad P_{mW} = 10^{\frac{dBm}{10}}$$

$$0 \text{ dB}\mu\text{V} \longrightarrow 1\mu\text{V}$$

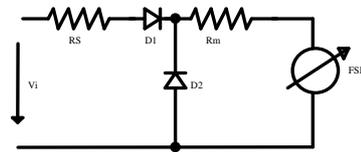
$$dB\mu\text{V} = 20 \cdot \log(V_{\mu\text{V}}) \quad V_{\mu\text{V}} = 10^{\frac{dB\mu\text{V}}{20}}$$

Medição de corrente alterna

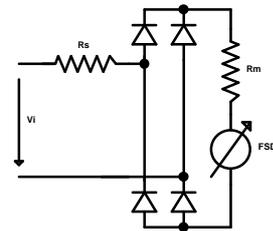


$$\frac{I1}{I2} = \frac{N2}{N1}$$

Medição de tensão alterna

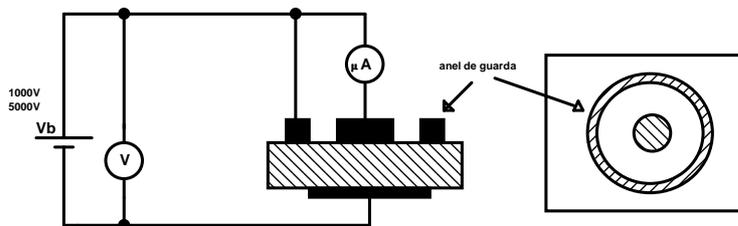
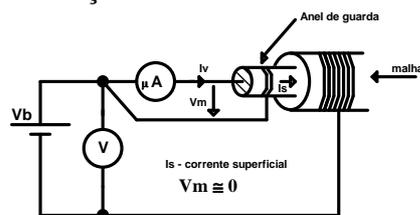


Meia onda

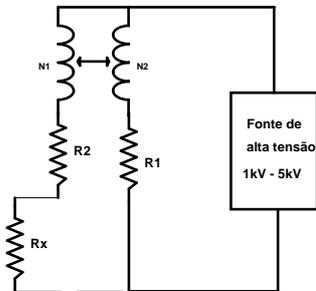


Onda completa

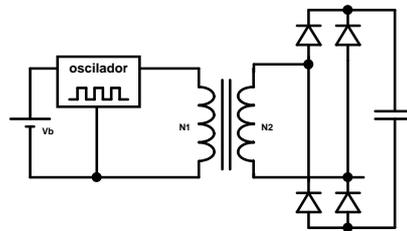
Medição de resistências de elevado valor



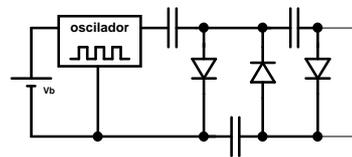
Mega ohmímetro 0 – 500MΩ



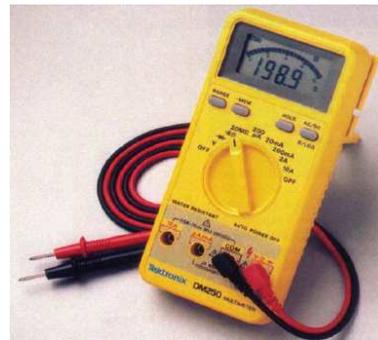
Gerador de tensão



Multiplicador com diodos



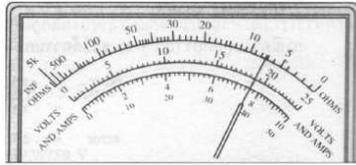
Multímetro analógico



Multímetro digital



Multímetro de bancada



1/2 digit

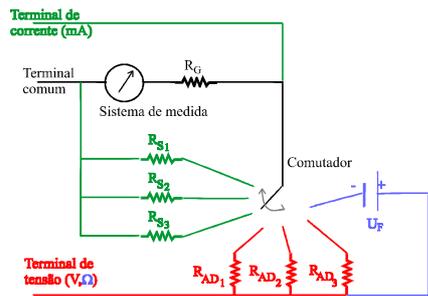


3 1/2 digit display

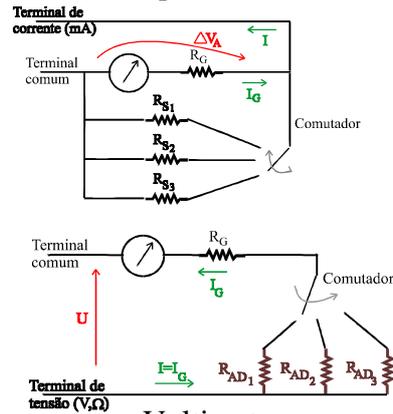
Erro = % da leitura + ultimo digito

Ex: 1 digito = 1mV

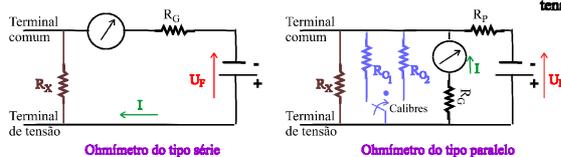
Multímetros analógicos



Amperímetro

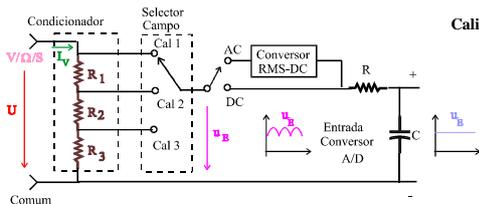
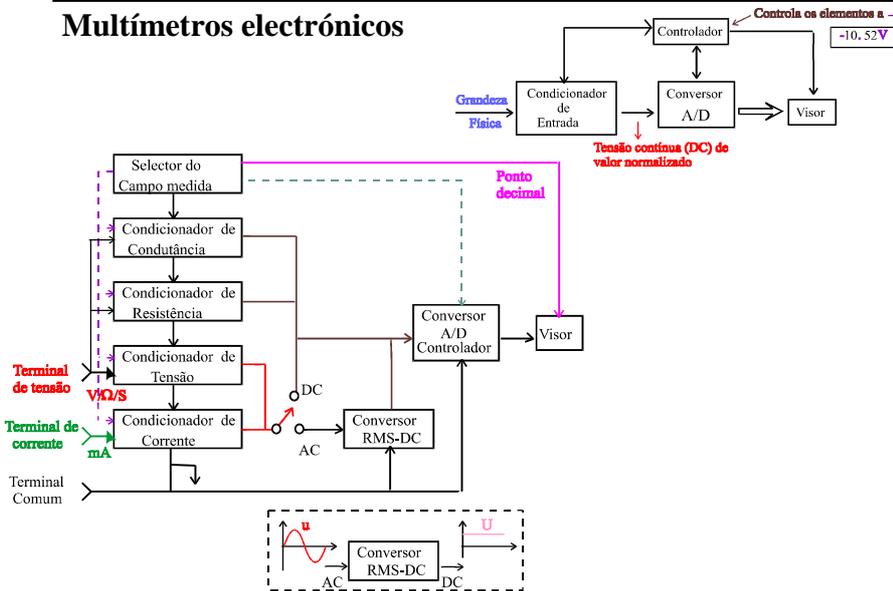


Ohmímetro



Voltímetro

Multímetros electrónicos



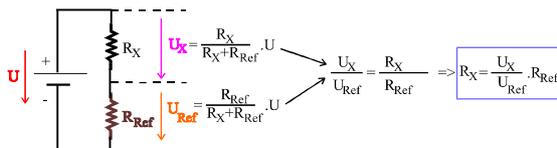
Calibre 1 = $U_{max1} = U_{E_{max}}$ (maxima tensão que pode ser convertida)

ex: $U_{E_{max}} = 3V$

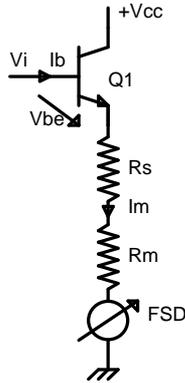
$$\text{Calibre 2} = U_{max2} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_2 + R_3} \cdot U_{E_{max}} > U_{max1}$$

$$\text{Calibre 3} = U_{max3} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3} \cdot U_{E_{max}} > U_{max1}$$

A medição de R_X faz-se por comparação com uma resistência de referência



Multímetros electrónicos

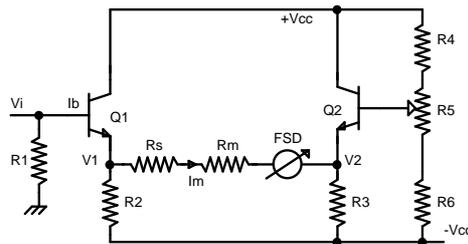


$$I_m = \frac{V_i - V_{be}}{R_s + R_m} = \frac{V_i}{R_s + R_m} - \underbrace{\frac{V_{be}}{R_s + R_m}}_{\text{Erro}}$$

$$I_b \approx \frac{I_m}{\beta} \quad \text{para } \beta \gg 1$$

$$R_i = \frac{V_i}{I_b} = \beta(R_s + R_m)$$

Compensação de Vbe

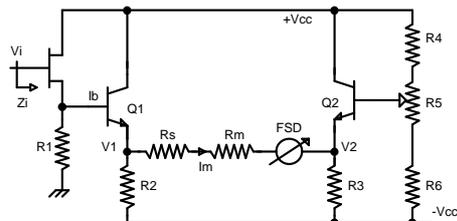


$$V_1 - V_2 = I_m(R_s + R_m)$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= V_i - V_{be} \\ V_2 &= -V_{be} \end{aligned} \right\} V_1 - V_2 = V_i$$

$$I_m = \frac{V_i}{R_s + R_m}$$

Voltímetro com FET na entrada

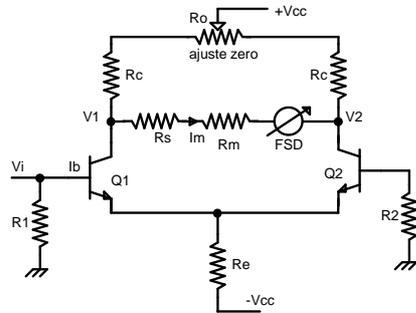


$$Z_i \gg Z_i \text{ bipolar}$$

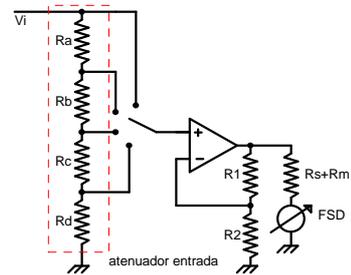
$$Z_i \rightarrow \infty$$

$$\begin{aligned} V_{in} &\text{ max } 25\text{V} \\ V_{in} &\text{ min } 100\text{mV} \end{aligned}$$

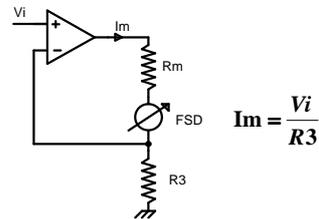
Amplificação para sinais fracos < 100mV



Voltímetro electrónico

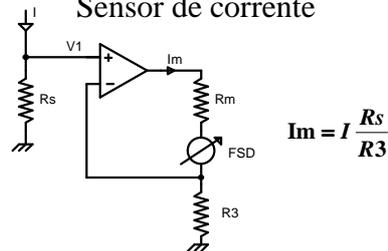


Conversor tensão corrente



$$I_m = \frac{V_i}{R_3}$$

Sensor de corrente



$$I_m = I \frac{R_s}{R_3}$$